

Questions de cours

1. Calculer les intégrales (qui ont été faites dans les exemples du chapitre A4) :

$$\int_0^{\pi} \sin^2 t \, dt \quad \text{et} \quad \int_0^{\ln(\sqrt{3})} \frac{e^t}{1+e^{2t}} \, dt.$$

2. L'examineur choisira une ou plusieurs équations différentielles (qui ont été faites dans les exemples du cours A5) à résoudre. On mettra bien en avant les techniques mises en jeu :
- (a) $y' - 4y = 2$;
- (b) $y'' - 2y' + y = e^x + x^2 + x$;
- (c) $y'' + y' + y = 0$.
3. Énoncé et démonstration du théorème de structure des solutions d'une équation différentielle homogène du premier ordre à coefficients constants (A5 1.3).
4. Énoncé et démonstration du théorème de résolution des équations différentielles linéaires d'ordre 1 à coefficients constants (A5 1.5).
5. Énoncé et démonstration par changement d'indice de la somme géométrique et de la somme des premiers entiers (A6 3.14 et 3.15)
6. Énoncé et démonstration du théorème de structure des suites récurrentes linéaires d'ordre deux homogènes à coefficients constants (A6 2.11)
7. Énoncé et démonstration du fait qu'une suite est bornée si et seulement si sa valeur absolue est majorée (A6 1.8).
8. Exemple de suite arithmético-géométrique à exprimer en fonction de n ou de suite récurrente linéaire d'ordre 2 homogène à coefficients constants (l'examineur pourra changer les coefficients par rapport aux exemples 2.13 et 2.8).

Thèmes abordés**A4 - Calcul intégral (révisions)****A5 - Équations différentielles linéaires d'ordre 1 et 2 à coefficients constants.**

- Def : Equation différentielle linéaire d'ordre 1 et 2 à coefficients constants, équation homogène associée, équation caractéristique.
- Th : Solutions des équations linéaires homogènes d'ordre 1 à coefficients constants.
- Th : Solutions des équations linéaires homogènes d'ordre 2 à coefficients constants, à valeurs réelles ou complexes.
- Th : Toute solution d'une équation différentielle linéaire d'ordre 1 ou 2 s'écrit comme la somme d'une solution particulière et d'une solution de l'équation homogène associée.
- Th : Solution particulière dans le cas où le second membre est de la forme $x \mapsto e^{\alpha x} P(x)$.
- Th : Solution particulière dans le cas où le second membre est de la forme $x \mapsto \sin(\omega x)$ ou $x \mapsto \cos(\omega x)$, avec $\omega \in \mathbb{R}$.
- Th : Principe de superposition.
- Meth : Recherche de la solution d'une équation différentielle linéaire vérifiant des conditions initiales.

A6 - Suites usuelles, calculs algébriques

- Généralités sur les suites : monotonie, caractère borné.
- Suites arithmétiques, géométriques : définition, expression du terme général, calcul de la somme de termes consécutifs.
- Suites arithmético-géométriques : définition, expression du terme général.
- Suites linéaires récurrentes d'ordre 2 : définition, équation caractéristique, expression du terme général.
- Def : Sommes et produits finis de nombres complexes. Relation de Chasles, linéarité de la sommation. Th de changements d'indices : translation, inversion. Sommes télescopiques.