

## Questions de cours

- Énoncé et démonstration des propriétés de la fonction Arcsin (A2 4.4, 4.6 et 4.7).
- Énoncé et démonstration du fait que toute fonction se décompose en une somme de paire et d'impaire (A2 5.1).
- Énoncé de démonstration des propriétés de la fonction Arctan (A2 4.16, 4.17).
- Énoncé et démonstration de l'inégalité triangulaire (A3 4.9 i).
- Énoncé et démonstration de la formule de la somme géométrique et application à  $\sum \cos(kx)$  (A3 6.1 et 6.2).
- Linéarisation de  $\cos^4 x$  et expression de  $\cos(3x)$  en fonction de  $\cos x$  (A3 6.12 et 6.14 : l'examineur pourra choisir de ne pas prendre « 4 » et « 3 » dans cette question de cours).
- Énoncé et démonstration de la formule d'intégration par parties et de changement de variable (A4 3.1 et 3.5)
- Montrer  $\forall n \in \mathbb{N}^*, \int_n^{n+1} \frac{dx}{x} \leq \frac{1}{n}$ . En déduire  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{k}$  (A4 2.6)
- L'examineur choisira une ou plusieurs primitives à calculer (qui ont été faites dans les exemples du cours) des fonctions ci-dessous. On mettra bien en avant les techniques mises en jeu.

(a)  $x \mapsto \ln x$ ;

(b)  $x \mapsto e^x \cos x$ ;

(c)  $x \mapsto \frac{\sin x}{1 + \cos^2 x}$ ;

(d)  $x \mapsto \frac{1}{2x^2 - 2x - 4}$ ;

(e)  $x \mapsto \frac{1}{x^2 + x + 1}$ .

## Thèmes abordés

## A1 - Trigonométrie (révisions)

## A2 - Fonctions usuelles (révisions)

## A3 - Nombres complexes

- Def : Nombre complexe, partie réelle, partie imaginaire, conjugué, module, argument d'un nombre complexe. Def : Affixe d'un point et d'un vecteur. Interprétations géométriques et propriétés.
- Th : Inégalité triangulaire, cas d'égalité, inégalité triangulaire inverse.
- Def : Ensemble  $\mathbb{U}$  des nombres complexes de module 1.
- Th : Formules d'Euler et de De Moivre.
- Meth : Linéarisation et calcul des sinus et cosinus des multiples d'un angle.
- Exo : Linéariser  $\cos^4 x$ .
- Exo : Soit  $t \in \mathbb{R}$ . Calculer  $\sum_{k=0}^n e^{ikt}$ ,  $\sum_{k=0}^n \cos(kt)$ .
- Th : Caractérisation du parallélisme et de l'orthogonalité de deux droites.
- Def : Exponentielle complexe. Propriétés.
- Def : Transformations du plan associées aux applications de  $\mathbb{C}$  dans  $\mathbb{C}$  suivantes :  $z \mapsto z + b$ ,  $z \mapsto k(z - \omega) + \omega$ ,  $z \mapsto e^{i\alpha}(z - \omega) + \omega$  et  $z \mapsto \bar{z}$ .

## A4 - Calcul intégral

- Def : Primitive. Th (admis) : Toute fonction continue admet une primitive ; Primitives de la fonction nulle.
- Def : Intégrale d'une fonction continue sur un segment (à valeurs réelles ou complexes). Th : Interprétation géométrique.
- Prop : Relation de Chasles, linéarité, positivité, croissance, inégalité triangulaire.
- Exo : Montrer  $\forall n \in \mathbb{N}^*, \frac{1}{n+1} \leq \int_n^{n+1} \frac{dx}{x} \leq \frac{1}{n}$ . En déduire  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{k}$ .
- Th : Intégration par parties.
- Exo : Déterminer une primitive de la fonction  $\ln$ .
- Th : Formule de changement de variable.
- Primitives de fractions rationnelles dans des cas simples (élément de première espèce et inverse de polynôme du second degré).
- Primitives des fonctions usuelles.