

Questions de cours

- Énoncé et démonstration de l'existence d'un supplémentaire (Proposition 55 du chapitre 15).
- Exemples 6 et 7 du chapitre 15 :

(a) Montrer que

$$\mathbb{R}_2[X] = \text{Vect}(1) \oplus \{P \in \mathbb{R}_2[X] \mid P(1) = 0\}.$$

(b) Montrer que :

$$\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$$

est une famille génératrice de \mathbb{R}^3 .

- Énoncé et démonstration du fait que $\ker(f)$ est un sev de E et caractérisation de l'injectivité d'une application linéaire par le noyau (Proposition 12 et théorème 13 du chapitre 16).
- Montrer que l'application

$$\begin{aligned} \varphi : \mathbb{R}^2 &\longrightarrow \mathbb{R}^2 \\ (x, y) &\longmapsto (x + y, x - y) \end{aligned}$$

est linéaire puis que c'est un isomorphisme et déterminer φ^{-1} (exemples 1 et 3 du chapitre 16).

Thèmes abordés**Chapitre 15 : Espaces vectoriels**

- Définition et exemples de base (\mathbb{K}^n , polynômes, matrices, suites et fonctions), sous-espaces vectoriels, sous-espaces vectoriels engendrés par une famille finie de vecteurs (la définition générale d'un s.e.v. engendré par une partie est hors programme), sous-espaces vectoriels supplémentaires, famille finie génératrice, libre, liée de vecteurs.
- Espaces vectoriels de dimension finie : bases (théorème d'existence), théorème de la base incomplète et de la base extraite, définition de la dimension et exemples classiques (\mathbb{K}^n , $\mathbb{K}_n[X]$, $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$), utilisation de la dimension (rang d'une famille de vecteurs, existence d'un supplémentaire, caractérisation par la dimension des sous-espaces supplémentaires, formule de Grassmann).

Chapitre 16 : Applications linéaires

- Définition et exemples, composition d'applications linéaires, endomorphismes, isomorphismes, automorphismes, noyau et caractérisation de l'injectivité, image et caractérisation de la surjectivité, théorème de construction d'une application linéaire.