PCSI : Programme de colle 19 — Semaine du 13/03 au 18/03

Questions de cours

1. Énoncé et démonstration de $\mathscr{B} = (e_1, \ldots, e_n)$ est une base si et seulement si tout vecteur de E s'écrit de façon unique comme une combinaison linéaire de vecteurs de $\mathscr{B}$ (Proposition 28 du chapitre 14).
2. Énoncé et démonstration de l'existence d'un supplémentaire (Proposition 55 du chapitre 14).
3. Exemples 6 et 7 du chapitre 15 :
   (a) Montrer que
   $$\mathbb{R}_2[X] = \mathrm{Vect}(1) \oplus \{P \in \mathbb{R}_2[X] \mid P(1) = 0\}.$$
   (b) Montrer que :
   $$\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$$
   est une famille génératrice de $\mathbb{R}^3$.

Thèmes abordés

Chapitre 15 : Espaces vectoriels

1. Définition et exemples de base ($\mathbb{K}^n$, polynômes, matrices, suites et fonctions), sous-espaces vectoriels, sous-espaces vectoriels engendrés par une famille finie de vecteurs (la définition générale d'un s.e.v. engendré par une partie est hors programme), sous-espaces vectoriels supplémentaires, famille finie génératrice, libre, liée de vecteurs.
2. Espaces vectoriels de dimension finie : bases (théorème d'existence), théorème de la base incomplète et de la base extraite, définition de la dimension et exemples classiques ($\mathbb{K}^n$, $\mathbb{K}_n[X]$, $\mathscr{M}_{n,p}(\mathbb{K})$), utilisation de la dimension (rang d'une famille de vecteurs, existence d'un supplémentaire, caractérisation par la dimension des sous-espaces supplémentaires).

PCSI : Programme de colle 19 — Semaine du 13/03 au 18/03

Questions de cours

1. Énoncé et démonstration de $\mathscr{B} = (e_1, \ldots, e_n)$ est une base si et seulement si tout vecteur de E s'écrit de façon unique comme une combinaison linéaire de vecteurs de $\mathscr{B}$ (Proposition 28 du chapitre 14).
2. Énoncé et démonstration de l'existence d'un supplémentaire (Proposition 55 du chapitre 14).
3. Exemples 6 et 7 du chapitre 15 :
   (a) Montrer que
   $$\mathbb{R}_2[X] = \mathrm{Vect}(1) \oplus \{P \in \mathbb{R}_2[X] \mid P(1) = 0\}.$$
   (b) Montrer que :
   $$\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$$
   est une famille génératrice de $\mathbb{R}^3$.

Thèmes abordés

Chapitre 15 : Espaces vectoriels

1. Définition et exemples de base ($\mathbb{K}^n$, polynômes, matrices, suites et fonctions), sous-espaces vectoriels, sous-espaces vectoriels engendrés par une famille finie de vecteurs (la définition générale d'un s.e.v. engendré par une partie est hors programme), sous-espaces vectoriels supplémentaires, famille finie génératrice, libre, liée de vecteurs.
2. Espaces vectoriels de dimension finie : bases (théorème d'existence), théorème de la base incomplète et de la base extraite, définition de la dimension et exemples classiques ($\mathbb{K}^n$, $\mathbb{K}_n[X]$, $\mathscr{M}_{n,p}(\mathbb{K})$), utilisation de la dimension (rang d'une famille de vecteurs, existence d'un supplémentaire, caractérisation par la dimension des sous-espaces supplémentaires).