

Exemple 1

On considère la fonction

$$f : x \mapsto \begin{cases} x^2 & \text{si } x \geq 0 \\ -x^2 & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

Montrer que f est de classe \mathcal{C}^1 mais pas de classe \mathcal{C}^2 sur \mathbb{R} .

Exemple 2

Déterminer une primitive de $g : x \mapsto (x-1)^2$. Combien y a-t-il de primitives de g qui s'annulent en 1 ?

Exemple 3

Déterminer une primitive, sur un intervalle qu'on précisera, des fonctions :

- (i) $t \mapsto \cos(\omega t + \varphi)$ où $\omega \in \mathbb{R}$ est fixé ;
- (ii) $x \mapsto \sqrt{x}$.

Exemple 4

Calculer, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $\int_0^{2\pi} e^{int} dt$

Exemple 5

Calculer, sur un intervalle que l'on précisera, une primitive de chacune des fonctions :

- (i) $x \mapsto \frac{\cos x}{\sin x}$;
- (ii) $x \mapsto x^2 e^{x^3}$;
- (iii) $x \mapsto \frac{1}{\sqrt{1-4x^2}}$.
- (iv) Calculer l'intégrale : $\int_0^{\ln \sqrt{3}} \frac{e^t}{1+e^{2t}} dt$.

Exemple 6

- (i) Calculer l'intégrale : $\int_1^e \ln x dx$.
- (ii) Déterminer une primitive, sur un intervalle que l'on précisera, de : $x \mapsto x \cos x$.
- (iii) Déterminer une primitive, sur un intervalle que l'on précisera, de : $x \mapsto \ln x$.

Exemple 7

- (i) Calculer l'intégrale : $\int_0^\pi \sin^2 t dt$.
- (ii) Déterminer une primitive, sur un intervalle que l'on précisera, de : $x \mapsto e^x \cos x$.

Exemple 8

Calculer les primitives, sur un intervalle que l'on précisera, des fonctions :

(i) $x \mapsto \frac{1}{2x^2 + 4x + 2}$;

(ii) $x \mapsto \frac{1}{2x^2 - 2x - 4}$;

(iii) $x \mapsto \frac{1}{x^2 + x + 1}$.

Exemple 9

(i) Soit $n \in \mathbb{N}$. Calculer l'intégrale : $\int_1^e \frac{\ln^n t}{t} dt$.

(ii) Calculer l'intégrale : $\int_1^4 \frac{1 - \sqrt{t}}{\sqrt{t}} dt$.

(iii) Calculer l'intégrale : $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{\cos^4 t} dt$.
