

Exemple 1

Dans chaque cas, on écrira précisément l'univers considéré et les événements mis en jeu.

- (i) On considère le jet d'un seul dé et l'expérience où on considère le nombre obtenu et les événements :
 - (a) A « faire 6 » ;
 - (b) B « faire un nombre pair » ;
 - (c) C « faire un nombre impair » ;
 - (d) D « faire 7 » ;
 - (e) $E = A \cup C$
- (ii) On considère un jet de deux dés discernables et l'expérience où on considère la somme des faces du dé et les événements :
 - (a) A « la somme vaut 5 » ;
 - (b) B « faire un double » ;
 - (c) C « la somme est inférieur à 4 » ;
 - (d) $D = A \cap B$.

Pour cet exemple, on proposera deux univers différents.

- (iii) On considère une urne contenant 1 boule blanche et 4 boules noires. Écrire l'univers lorsque qu'on fait :
 - (a) deux tirages successifs sans remise ;
 - (b) deux tirages successifs avec remise ;
 - (c) un tirage simultané de deux boules.
-

Exemple 2

Dans l'exemple 1, pour le 1 et 2, déterminer les événements incompatibles.

Exemple 3

On considère un jet de dé à six faces avec l'univers $\Omega = \llbracket 1, 6 \rrbracket$. Déterminer deux systèmes complets d'événements.

Exemple 4

- (i) On lance un dé et l'on considère $\Omega = \llbracket 1, 6 \rrbracket$. Lorsque $A \subset \Omega$ on pose, $P(A) = 1$ si $6 \in A$ et $P(A) = 0$ sinon. P est-elle la probabilité uniforme sur Ω ?
 - (ii) On jette deux dés équilibrés et on s'intéresse à la somme des valeurs des faces. Calculer la probabilité d'obtenir 4.
 - (iii) On tire simultanément 3 boules dans une urne contenant 5 boules blanches et 10 boules noires. Calculer la probabilité de faire un tirage sans boule blanche en considérant que les tirages sont équiprobables.
-

Exemple 5

On tire simultanément 3 boules dans une urne contenant 5 boules blanches et 10 boules noires. Déterminons la probabilité de l'événement A : « le tirage comporte au moins une boule noire ».

Exemple 6

- (i) On lance un dé et l'on considère $\Omega = \llbracket 1, 6 \rrbracket$. Lorsque $A \subset \Omega$ on pose, $P(A) = 1$ si $6 \in A$ et $P(A) = 0$ sinon. Donner un événement négligeable non vide.
 - (ii) Soit P une probabilité uniforme sur un univers Ω . Montrer qu'il existe un unique événement négligeable.
-

Exemple 7

Une urne contient p boules blanches, q boules rouges et r boules noires. On tire une boule dans cette urne et l'on considère $\Omega = \{B, R, N\}$. Déterminer une probabilité modélisant cette situation.

Exemple 8

On considère un jet d'un seul dé équilibré. Déterminer la probabilité de faire un deux (événement noté A) sachant que le tirage est pair (événement noté B).

Exemple 9

On reprend l'exemple précédent. Calculer $P(B | A)$. Interpréter ce résultat.

Exemple 10

Considérons une urne contenant 6 boules blanches et 4 boules rouges. On tire successivement 3 boules sans remise. Quelle est la probabilité d'obtenir un tirage constitué de 3 boules blanches ?

Exemple 11

- (i) On tire successivement trois boules dans une urne contenant 6 boules blanches et 4 boules noires. Déterminons la probabilité de que la troisième boule tirée soit blanche.
 - (ii) Une urne contient deux dés. L'un est équilibré et l'autre donne systématiquement un 6. On choisit un dé dans l'urne et on le lance. On suppose que le dé lancé donne un 6, déterminons la probabilité que le dé soit équilibré.
-

Exemple 12

On considère $\Omega = \llbracket 1, 20 \rrbracket$ et on tire un numéro au hasard. On considère les événements A « le nombre tiré est pair » et B « le nombre est un multiple de 3 » et C « le nombre tiré est impair ». Les événements A et B sont-ils indépendants ? Les événements B et C sont-ils indépendants ? Même question en prenant $\Omega = \llbracket 1, 21 \rrbracket$. Interpréter.

Exemple 13

On lance deux dés discernables et l'on considère les événements A « le premier dé lancé donne un résultat pair » B « le second dé lancé donne un résultat pair » et C « la somme des deux dés est un résultat pair ». Les événements A, B, C sont-ils indépendants deux à deux ? Les événements A, B, C sont-ils mutuellement indépendants ?
