

Exemple 1

Déterminer dans chaque cas si l'ensemble proposé est fini ou infini.

- (i) l'ensemble des entiers par de 0 à n où $n \in \mathbb{N}^*$;
- (ii) l'ensemble des nombres complexes de module 1 ;
- (iii) l'ensemble des solutions de l'équation d'inconnue $z \in \mathbb{C}$, $P(z) = 0$ où P est un polynôme ;
- (iv) l'ensemble des solutions d'un système linéaire ;
- (v) \mathbb{R}^3 ;
- (vi) l'ensemble des matrices à 2 lignes et 2 colonnes inversibles ;
- (vii) un espace vectoriel E .

Exemple 2

- (i) Les plaques d'immatriculation sont de la forme

$$AA - 555 - AA.$$

Combien y a-t-il de plaques d'immatriculation différentes au total ?

- (ii) Une urne contient k boules numérotées de 1 à k . On effectue 5 tirages avec remise. Combien y a-t-il de tirages différents en tenant compte de l'ordre ?

Exemple 3

- (i) Une urne contient k boules numérotées de 1 à k . On effectue 5 tirages sans remise. Combien y a-t-il de tirages différents en tenant compte de l'ordre ?
- (ii) Quelle est la probabilité pour qu'au moins deux personnes parmi 30 aient la même date anniversaire ? On supposera que les dates anniversaires sont équiréparties parmi 365 dates possibles. Commenter ce résultat.

Exemple 4

Soit a, b, c des réels distincts. Déterminer toutes les bijections de $\{1, 2, 3\}$ dans $\{a, b, c\}$. Combien y en a-t-il ?

Exemple 5

Soit a, b, c des réels distincts. Déterminer toutes les p -combinaisons de $\{a, b, c\}$ pour $p = 0, 1, 2, 3$. Déterminer le nombre de 2-combinaisons.

Exemple 6

Soit $n \in \mathbb{N}^*$.

- (i) Déterminer

$$\sum_{0 \leq 2k \leq n} \binom{n}{2k} \quad \text{et} \quad \sum_{0 \leq 2k+1 \leq n} \binom{n}{2k+1}.$$

- (ii) Soit E un ensemble à n éléments, déterminer le nombre de couples (A, B) de parties distinctes telles que $A \cap B = \emptyset$.